

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 – 2025 учебный год

7 класс

1. Найдите наименьшее пятизначное число, которое одинаково читается слева направо и справа налево и делится на 36.
2. Учитель написал на доске два числа друг под другом и попросил Мишу сложить их. Миша правильно сложил их и под введенными цифрами написал результат 39. Учитель стёр верхнее число, и оставшиеся два числа образовали новый пример на сложение. На этот раз Аня написала правильный результат под числами. Учитель снова стёр верхнее число, после чего Кирилл правильно подсчитал сумму двух оставшихся чисел - получилось 96. Определите два числа, которые изначально были написаны на доске.
3. Что больше: $2024^{18} \cdot 18^{2024}$ или $2024^{2024} \cdot 18^{18}$?
4. В ряд выложены в произвольном порядке 50 красных и 50 синих шаров. Покажите, что можно убрать половину красных и половину синих шаров так, что среди оставшихся никакой синий не лежит между красными, и никакой красный не лежит между синими.
5. Поле разделено на 9 прямоугольных участков, периметры некоторых из них известны (см. картинку). Найдите периметр всего поля.

	6	
6	4	12
	8	

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 – 2025 учебный год

8 класс

1. Вокруг круглого стола сидят рыцари (которые всегда говорят правду) и лжецы (они всегда лгут). Известно, что среди присутствующих есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец. Каждый из сидящих за столом произнёс фразу: "Человек, сидящий через одного от меня слева - рыцарь". Возможно ли, что всего за столом сидят
 - (a) 2024 человека?
 - (b) 2025 человек?
2. Даны 111 натуральных чисел, каждое из них имеет в десятичной записи 13 единиц, 23 двойки и некоторое количество нулей. Докажите, что эти числа нельзя так разбить на две группы, чтобы произведение всех чисел первой группы равнялось произведению всех чисел второй группы.
3. Может ли число $(a^3 - 1)^2 + (a^3 - 2)^2 + (a^3 - 3)^2$ при каком-нибудь a быть меньше 1,8?
4. В треугольнике две высоты не меньше сторон, на которые они опущены. Найдите углы треугольника.
5. В ряд выложены в произвольном порядке 50 красных и 50 синих шаров. Докажите, что можно убрать половину красных и половину синих шаров так, что среди оставшихся никакой синий не лежит между красными, и никакой красный не лежит между синими.

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 – 2025 учебный год

9 класс

1. Вокруг круглого стола сидят 2024 человека, некоторые из них лжецы (они всегда лгут), а остальные рыцари (всегда говорят правду). Каждый из сидящих за столом произнёс фразу: “Из трёх ближайших ко мне справа людей не менее двух лжецов”. Сколько из сидящих за столом говорят правду?
2. При каких натуральных n число $2^n - 1$ является третьей или четвертой степенью натурального числа?
3. Найдите многочлен с целыми коэффициентами, обращающийся в 0 в точках $x_1 = \sqrt{5}$ и $x_2 = \sqrt[3]{3}$.
4. Поле разделено на 9 прямоугольных участков, площади некоторых из них известны (см. картинку). Найдите площадь всего поля.

	6	
6	4	12
	8	

5. По кругу записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается увеличивать на единицу каждое из двух соседних чисел, а также уменьшать на единицу каждое из двух чисел, стоящих через два друг от друга (“диаметрально противоположных”). Можно ли в результате таких манипуляций сделать все шесть чисел равными?

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 – 2025 учебный год

10 класс

1. Имеется 100 гирек, масса каждой - целое число грамм, меньшее 9. Все гирьки произвольным образом разложили на две чаши весов, по 50 на каждую. Докажите, что можно убрать (снять с весов) несколько гирек так, чтобы чаши уравновесились.

2. Найдите многочлен с целыми коэффициентами, обращающийся в 0 в точках $x_1 = \sqrt{5}$ и $x_2 = 1 + \sqrt[3]{3}$.

3. Докажите, что уравнение

$$6^x = y^2 + y - 2$$

не имеет решений в целых числах.

4. Найдите максимальную возможную площадь треугольника, который можно поместить в единичный квадрат.
5. По кругу записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается увеличивать на единицу каждое из трёх стоящих подряд чисел, а также уменьшать на единицу каждое из трёх чисел, стоящих через одно друг от друга. Можно ли в результате таких манипуляций сделать все шесть чисел равными?

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 – 2025 учебный год

11 класс

1. Имеется 100 гирек, масса каждой - целое число грамм, меньшее 9. Все гирьки произвольным образом разложили на две чаши весов, по 50 на каждую. Докажите, что можно убрать (снять с весов) несколько гирек так, чтобы чаши уравновесились.
2. Про натуральные числа m и n известно, что их произведение делится на их сумму, а наибольший общий делитель чисел m и n равен d . Докажите, что

$$d \geq \sqrt{m+n}.$$

3. Докажите, что число

$$a = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5}}}}}$$

иррационально.

4. В отеле поселились приехавшие на соревнования футболисты, штангисты и журналисты, всего 100 человек. В первый же вечер сфотографировались каждая пара футболистов, каждая пара штангистов и каждая пара журналистов. На следующий день каждый журналист сфотографировался с каждым из спортсменов. На третий день каждый журналист снова сфотографировался с каждым из футболистов. Всего за эти три дня было сделано 5021 фотографий. Сколько футболистов поселилось в этом отеле?
5. Три человека смотрят на башню. Каждый видит ее под своим углом (угол между направлениями на основание башни и на верхушку башни). Сумма этих углов равна 90° . Найдите самый большой из этих углов, если первый находится на расстоянии 100 метров от основания башни, второй на 200, а третий на 300.